

予想した事柄が成り立つことを、 論理的に考察し表現することができる生徒

こんな姿を
目指したい!!



正答例 ⑨ (1)

正三角形の辺はすべて等しいから
 $AC=PC \dots ①$
 $CQ=CB \dots ②$
 正三角形の1つの内角は 60° より
 $\angle ACQ = 60^\circ + \angle PCQ$
 $\angle PCB = 60^\circ + \angle PCQ$
 よって、 $\angle ACQ = \angle PCB \dots ③$
 ①、②、③より
 2組の辺とその間の角がそれぞれ
 等しいから
 $\triangle QAC \cong \triangle BPC$

特徴的な誤答

仮定より、
 $AC=PC \dots ①$
 $CQ=CB \dots ②$
 $\angle ACQ$ と $\angle PCB$ は 60°
 だから
 $\angle ACQ = \angle PCB \dots ③$

誤答から見えるつまずき

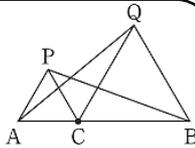
成り立たないことや証明し
 ていないことを用いたり、
 誤った根拠を記述したりし
 ている。

図形領域 の学習で...

日々の学習における改善・充実

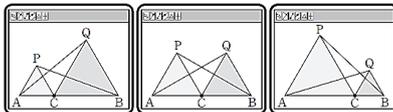
発表後、桃子さんの予想について議論する場面

線分 AB 上に点 C をとり、
 AC 、 CB をそれぞれ1辺と
 する正三角形 PAC 、 QCB を、
 線分 AB について同じ側に
 つくります。そして、点 A と
 点 Q、点 B と点 P を結びます。ただし、点 C は
 点 A、B と重ならないものとします。



作図ツールソフトを使って図をかき、点 C を動かし
 ながら線分や角についてどんな性質が成り立っている
 か調べてみましょう。

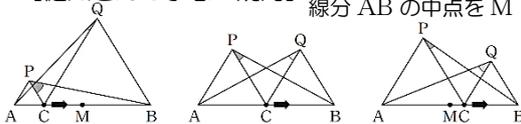
【桃子さんの予想】



点 C が線分 AB 上のどこにあっても、
 AQ と PB の長さは等しくなっている。
 どうして、いつでも等しくなるのかな。



【健太さんの予想・疑問】



- 点 C が線分 AB の中点のとき、 $\angle AQC$ と $\angle BPC$ は等しく、どちらも 30° になっている。
- 点 C が点 A から点 B に近づくにつれて $\angle AQC$ は大きくなり、 $\angle BPC$ は小さくなっていく。

これらのことから、 $\angle AQC$ と $\angle BPC$ の和について、どんな性質が成り立っているといえるかな。



桃子さん、調べて気付いたことを発表してください。

$\triangle QAC$ と $\triangle BPC$ の合同を示すことで、 AQ と PB の長さがいつでも等しくなることがいえるね。

$\angle ACQ = \angle PCB$ の根拠は、
 どうなるのかな。

$\angle ACQ = \angle PCB$ の根拠は、このようになるよ。

正三角形の1つの内角は 60° より、
 $\angle ACQ = 60^\circ + \angle PCQ$ 、
 $\angle PCB = 60^\circ + \angle PCQ$

$AQ = PB$ と予想したことが、いつでも成り立つことを証明してみましょう。

【桃子さんの予想の証明】

$\triangle QAC$ と $\triangle BPC$ において
 正三角形の辺はすべて等しいから
 $AC=PC \dots ①$
 $CQ=CB \dots ②$
 正三角形の1つの内角は 60° より、
 $\angle ACQ = 60^\circ + \angle PCQ$
 $\angle PCB = 60^\circ + \angle PCQ$
 よって、 $\angle ACQ = \angle PCB \dots ③$
 ①、②、③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle QAC \cong \triangle BPC$
 合同な図形の対応する辺は等しいから
 $AQ = PB$

桃子さん



健太さんの発表後、その予想・疑問について議論する場面

点 C が線分 AB 上のどこにあっても、
 $\angle AQC$ と $\angle BPC$ の和は 60° になっているよ。

どうして、
 いつでも 60° になるのかな。

$\angle AQC + \angle BPC = 60^\circ$ と予想したことが、いつでも成り立つことを証明してみようよ。

予想した事柄が成り立つかどうかを考え、
 それを説明する場面を設定しよう。

ここが
POINT



9 線分ABがあります。線分AB上に点Cをとり、AC、CBをそれぞれ1辺とする正三角形PAC、QCBを、線分ABについて同じ側につくります。そして、点Aと点Q、点Bと点Pを結びます。ただし、点Cは点A、Bと重ならないものとします。

桃子さんは次の図1のように点Cをとり、健太さんは次の図2のように線分ABの中点に点Cをとりました。

図1

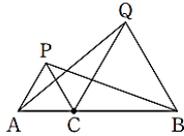
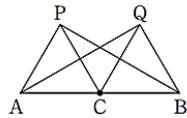
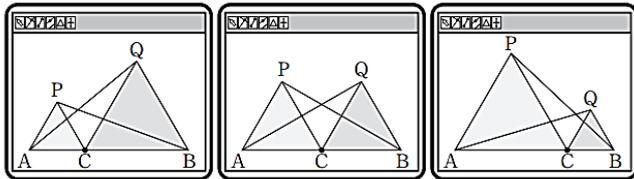


図2



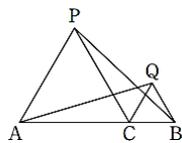
二人は図1と図2を観察し、線分や角についていえることがないか気になりました。そこで、コンピュータを使って点Cを動かしながら調べました。



次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 桃子さんは、コンピュータを使って調べたことから、点Cが線分AB上のどこにあっても、 $AQ = PB$ になると予想しました。

桃子さんの予想した $AQ = PB$ がいつでも成り立つことは、 $\triangle QAC \cong \triangle BPC$ を示すことで証明できます。 $AQ = PB$ になることの証明を完成しなさい。



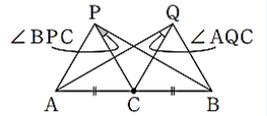
証明

$\triangle QAC$ と $\triangle BPC$ において、



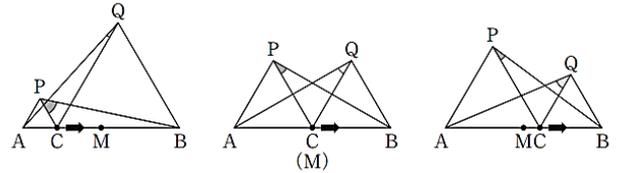
合同な図形の対応する辺は等しいから、
 $AQ = PB$

(2) 健太さんは、線分ABの中点に点Cをとった場合に $\angle AQC$ と $\angle BPC$ が等しく見えたことから、他の場合にはどうなるか気になりました。



そこで、次の図3のように、線分ABの中点をMとして、点Aから点Bの方向へ点Cを動かした場合に $\angle AQC$ と $\angle BPC$ の大きさがどうなるかを調べ、下のようにまとめました。

図3



調べたこと

- 点Cが点Aから点Bに近づくにつれて、 $\angle AQC$ は大きくなり、 $\angle BPC$ は小さくなる。
- 点Cが線分ABの中点のとき、 $\angle AQC$ と $\angle BPC$ は等しく、どちらも 30° である。

健太さんは、前ページの調べたことから、 $\angle AQC$ と $\angle BPC$ の和について何かいえることがないか考えています。

このとき、 $\angle AQC$ と $\angle BPC$ の和について、次のことがいえます。

- ◎ 点Cが点Aと中点Mの間にあるとき、 $\angle AQC$ と $\angle BPC$ の和は 。
- ◎ 点Cが中点Mと点Bの間にあるとき、 $\angle AQC$ と $\angle BPC$ の和は 。

上の 、 のそれぞれに当てはまるものを、下のアからエまでの中から1つずつ選びなさい。

- ア 60° より大きい
- イ 60° より小さい
- ウ 60° になる
- エ 60° より大きいことも小さいこともある